
КИНЕМАТИКА И ФИЗИКА НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

ТОМ 23 № 3

май—июнь 2007

НАЦИОНАЛЬНАЯ
АКАДЕМИЯ НАУК
УКРАИНЫ

ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКИ
И АСТРОНОМИИ

НАУЧНО-
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ
ЖУРНАЛ

Основан в январе 1985 г.

Выходит 6 раз в год

Киев

Содержание

Физика Солнца

Кришталь А. Н., Сиренко Е. К., Герасименко С. В. Распадная неустойчивость кинетических альфвеновских волн в предвысшейной плазме петель в активной области Солнца

Абдусаматов Х. И. Об оптимальном прогнозировании высоты следующего 11-летнего цикла активности и нескольких последующих циклов на основе долговременных вариаций радиуса Солнца или солнечной постоянной

Физика звезд и межзвездной среды

Михайлицька Н. Г. Аналіз ліній літію в атмосфері роАр-зорі HD 24712

Динамика и физика тел Солнечной системы

Иванцов А. В. Определение масс больших астероидов динамическим методом

Contents

Solar Physics

Kryshchal' A. N., Sirenko O. K., Gerashimchenko S. V. The decay instability of kinetic Alfvén waves in the preflare plasma in active region

Abdussamatov H. I. On optimal forecasting of the peak of the following 11-year activity cycle and several subsequent cycles on the basis of long-time variations of the solar radius or solar constant

Physics of Stars and Interstellar Medium

Mykhailiyska N. G. Analysis of lithium lines in the atmosphere of the roAr-star HD 24712

Dynamics and Physics of Bodies of the Solar System

Ivantsov A. V. Determination of large asteroid masses by dynamical method

Внегалактическая астрономия

Кривдик В. Г. Космічні промені у центральних областях активних галактик

Вольвач А. Е., Кардашев Н. С., Ларионов М. Г., Вольвач Л. Н., Стрелка И. Д. Исследование статистических и спектральных характеристик радиоисточников каталога «РадиоАстрон» в миллиметровом диапазоне длин волн

Вращение земли и геодинамика

Курбасова Г. С., Корсунь А. А., Рыбалова М. Н., Шликать Г. Н. Модель отклонений длительности суток от стандартных из года в год по данным за период 1832—2000 гг.

Extragalactic Astronomy

Kryvdyk V. H. Cosmic rays in central regions of active galaxis

174 *Volvach A. E., Kardashev N. S., Lari-
nov M. G., Volvach L. N., Strepka I. D.* The
research of some statistical and spectral char-
acteristics of the radio sources from the Radio-
Astron catalogue at wavelengths of the order of
1 mm

Earth's Rotation and Geodynamics

186 *Kurbasova G. S., Korsun' A. A., Rybalo-
va M. N., Shlikar' G. N.* The model of day
duration deviations from the standard ones
from year to year on the basis of data from
1832 to 2000

УДК 523.44:521.34

А. В. Иванцов

Научно-исследовательский институт «Николаевская астрономическая обсерватория»
Министерства образования и науки Украины
54030 Николаев, ул. Обсерваторная 1

Определение масс больших астероидов динамическим методом

Представлены значения масс 21 астероида главного пояса, определенные динамическим методом, из которых 13 имеют относительную ошибку, меньшую 50 %. Установлено, что исключение ранних позиционных наблюдений, а также привлечение современных высокоточных наблюдений уменьшают погрешность оценки масс астероидов.

ВИЗНАЧЕННЯ МАСС ВЕЛИКИХ АСТЕРОЇДІВ ДИНАМІЧНИМ МЕТОДОМ, Іванцов А. В. — Представлено значення мас 21 астероїда головного поясу, визначені динамічним методом, з яких 13 мають відносно похибку, меншу за 50 %. Установлено, що виключення ранніх позиційних спостережень, а також залучення сучасних високоточних спостережень зменшують похибку оцінки мас астероїдів.

DETERMINATION OF LARGE ASTEROID MASSES BY DYNAMICAL METHOD, by Ivantsov A. V. — The masses of 21 asteroids from the main belt were determined by dynamical method. The masses of 13 asteroids have relative errors less than 50 %. It is found that the exclusion of earlier positional observations and the use of contemporary high-accuracy ones reduce the error of asteroid mass determination.

ВВЕДЕНИЕ

Идея использования динамического метода для определения масс астероидов была высказана К. Ф. Гауссом в 1802 г., когда он обнаружил возможность тесного сближения Паллады и Цереры до 0.07 а.е. Это побудило его высказать предположение о том, что позже массы обеих планет будут определены по данным их гравитационного воздействия друг на друга [15]. Лишь в 1966 г. Г. Герцем было выполнено первое определение массы астероида Веста из наблюдений астероида Эреки (Arete) [11]. Столь продолжительное время до реализации идеи связано не с самим динамическим подходом к определению масс, а с упомянутой областью его приложения. Довольно сложной оказалась задача построить алгоритм движения

астероидов, возмущенных большими планетами, а также оценить массы последних.

В настоящее время при построении теорий движения больших планет используются оценки масс 300 астероидов, основанные преимущественно на предположениях об их сферической форме и однородной плотности [16] (в дальнейшем — астрофизические оценки). Следует отметить, что последние оцениваются косвенным образом: эффективные размеры — по альбедо, а также из наблюдений покрытий звезд астероидами, а плотность — с учетом связи таксономической классификации астероидов и результатов лабораторных исследований метеоритов. Легко показать, что основной вклад в относительную ошибку определения массы астероида вносит относительная ошибка размера, а не плотности.

Прямым способом определения масс астероидов считается динамический метод, основанный на изучении движения менее массивного, возмущенного тела. В настоящее время с помощью этого метода определены массы лишь более 30 астероидов. Отметим, что широко обсуждаемая в настоящее время гипотеза о пористости астероидов, которая может достигать 30 % [10], основана на результатах динамического метода и принципиально не могла возникнуть из астрофизических оценок масс. Астрофизические оценки масс астероидов являются косвенными оценками и существенно зависят от модельных представлений, а наиболее информативным при определении масс является динамический метод.

Целью работы является получение оценок масс ряда астероидов динамическим методом. В данном исследовании использованы позиционные наблюдения астероидов за последние полвека, представленные в базе данных Центра малых планет Международного астрономического союза, а также выполненные на российско-турецком телескопе РТТ-150 в Национальной обсерватории ТУБИТАК в Турции [9] (открыто пока недоступные), а также составленная нами [2] динамическая модель движения астероидов на основе теории DE405 [17].

ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС АСТЕРОИДОВ

Основой динамического метода является определение таких оценок параметров модели движения (элементов орбит и масс), которые минимизируют расхождение этой модели и наблюдений. В небесной механике принято различать предварительное определение орбиты, используемое для непосредственного вычисления шести элементов орбиты из малого числа наблюдений без априорных данных о движении тела, и улучшение орбиты или ее дифференциальную коррекцию, т. е. улучшение уже имеющихся элементов орбиты из большого набора данных. Упомянув о методе, в дальнейшем будем иметь в виду именно дифференциальную коррекцию принятых параметров модели, считая выбор первого приближения важной частью численного метода. Несомненно, правильный выбор начальных значений параметров модели необходим для сходимости численного метода к решению, ускорению этой сходимости, а также для возможного использования преимуществ линейной коррекции.

В случае двух гравитационно взаимодействующих тел разной массы скорости изменяются обратно пропорционально массам, что соответственно отражается на движении этих тел. Наиболее заметным образом изменится движение тела малой массы, положения которого и используются в динамическом методе для уточнения элементов орбиты этого тела и массы возмущающего тела. Под телами малой массы обычно понимают космические аппараты, спутники астероидов, другие небольшие астероиды.

Погрешность метода определяется двумя основными факторами: учетом количества возмущающих тел и отношением величины возмущения к погрешности наблюдения. Учет первого фактора может свести задачу к невыполнимой при большом числе взаимодействующих тел, а при малом — к совершенно ложным результатам. Упрощение расчетов, например, учет лишь ньютоновского приближения, на длительных промежутках времени приводит к несогласованности модели движения с позиционными наблюдениями высокой точности.

Величина возмущения в движении астероида зависит от массы возмущающего тела, минимального расстояния сближения, относительной скорости движения. Очевидно, что с увеличением массы возмущающего тела, уменьшением расстояния сближения и относительной скорости движения эффект возмущения увеличивается. Для успешной реализации динамического метода необходимо большее отношение видимого возмущения к полной погрешности наблюдения. Выгодными условиями для применения динамического метода является: 1) использование наблюдений астероидов, движущихся в окрестности точной соизмеримости друг с другом, что позволяет накапливать малые возмущения вследствие регулярных сближений до значений, вполне измеримых [4]; 2) использование наблюдений нескольких возмущенных астероидов для определения массы возмущающих с целью уменьшения влияния погрешностей наблюдений.

Нами выбраны наблюдения астероидов, удовлетворяющие не только первому и второму условию, но и наблюдения их одиночных сближений. Обстоятельства сближений астероидов были вычислены Дж. Хилтоном с сотрудниками для интервала времени с 1950 по 2017 г. [12]. Хилтон составил список из 23 так называемых больших и 11 малых астероидов, для которых был выполнен поиск сближений из 4583 астероидов главного пояса. В табл. 1 приведены обстоятельства лишь тех сближений, которые были использованы нами для составления выборки взаимодействующих тел. Здесь представлены моменты тесного сближения, номера и названия возмущающего и возмущенного астероида, минимальное расстояние сближения Δ в астрономических единицах, время τ , в течение которого расстояние между астероидами было меньше 0.05 а. е. и 0.01 а. е. (для тесных сближений), фактор качества Q , равный логарифму вычисленного угла рассеяния в задаче двух тел в угловых секундах, округленный до целого числа так, что $Q = 1$ соответствует малому, а $Q = 5$ — большому углу рассеяния. Угол рассеяния представляет собой угол между асимптотами траектории движения возмущенного астероида вблизи возмущающего и определяется в системе отсчета центра масс взаимодействующих тел, который фактически

Таблица 1. Обстоятельства сближений астероидов

Момент сближения	Большой астероид	Меньший астероид	Δ , а е.	τ , сут	Q
01.08.1962	7 Iris	2825 1938SD1	0.0225	63	1
02.02.1979	7 Iris	1825 Klare	0.0114	103	1
12.11.1982	7 Iris	571 Dulcinea	0.0421	37	2
14.02.1989	7 Iris	836 Jole	0.0477	19	2
20.10.1997	7 Iris	1007 Pawlowia	0.0376	66	2
11.02.1984	10 Hygiea	1259 Ogyalla	0.0345	60	3
14.05.1984	10 Hygiea	1780 Kippes	0.0431	45	3
11.12.1989	10 Hygiea	2619 Skalnate-Pleso	0.0224	89	3
26.12.1995	10 Hygiea	465 Alekto	0.0380	74	3
30.03.1998	10 Hygiea	3946 Shor	0.0144	181	4
30.08.1951	15 Eunomia	1284 Latvia	0.0330	63	2

Окончание табл. 1

Момент сближения	Большой астероид	Меньший астероид	Δ , а.е.	τ , сут	Q
11.05.1955	15 Eunomia	1313 Berna	0.0310	145	3
17.10.1965	15 Eunomia	1313 Berna	0.0500	19	5
09.11.1968	15 Eunomia	1284 Latvia	0.0407	70	3
30.03.1988	15 Eunomia	2613 Plzen	0.0497	7	2
25.06.1956	16 Psyche	263 Dresda	0.0341	93	3
06.05.1972	16 Psyche	2819 Ensor	0.0449	47	3
13.09.1981	16 Psyche	2589 Daniel	0.0428	93	3
19.09.2001	16 Psyche	1442 Corvina	0.0281	90	3
29.12.2004	16 Psyche	468 Lina	0.0493	16	3
16.01.1972	19 Fortuna	2972 Niilo	0.0350	79	2
11.06.1986	19 Fortuna	46 Hestia	0.0350	67	2
23.12.1974	24 Themis	2169 Taiwan	0.0370	64	2
23.12.1975	24 Themis	2296 Kugultinov	0.0157	332	4
20.11.1986	24 Themis	1768 Appenzella	0.0466	21	1
30.06.1989	24 Themis	1340 Yvette	0.0421	37	1
05.12.1995	24 Themis	494 Virtus	0.0321	40	1
15.08.1959	45 Eugenia	1055 Tynka	0.0427	37	2
29.05.1968	45 Eugenia	2560 Siegma	0.0331	56	2
05.11.1983	45 Eugenia	2814 Vieira	0.0280	60	1
27.11.1985	45 Eugenia	308 Polyxo	0.0134	93	2
08.08.1962	52 Europa	1605 Milankovitch	0.0385	47	2
22.06.1983	52 Europa	2837 Griboedov	0.0480	20	2
18.11.1988	52 Europa	3019 Kulin	0.0481	28	3
08.07.1990	52 Europa	1558 Jarnefelt	0.0399	60	2
10.02.1994	52 Europa	2405 Welch	0.0239	85	2
27.08.1964	65 Cybele	147 Protogeneia	0.0453	29	1
17.07.1965	65 Cybele	1624 Rabe	0.0288	41	1
03.05.1968	65 Cybele	1082 Pirola	0.0485	19	2
17.12.1987	65 Cybele	1668 Hanna	0.0146	69	1
24.05.1952	87 Sylvia	1461 Jean-Jacques	0.0224	59	2
08.08.1964	87 Sylvia	1081 Reseda	0.0099	62	1
18.08.1989	87 Sylvia	2246 Bowell	0.0136	41	1
22.03.1991	87 Sylvia	1534 Nasi	0.0479	15	2
19.09.1996	87 Sylvia	3898 1981SF9	0.0363	36	1
21.11.1955	107 Camilla	515 Athalia	0.0221	50	1
08.02.1974	107 Camilla	1882 Rauma	0.0365	55	2
01.04.2000	107 Camilla	1882 Rauma	0.0493	11	2
18.05.1959	165 Loreley	1298 Nocturna	0.0363	38	1
12.10.1969	165 Loreley	1737 Severny	0.0383	50	1
01.07.1981	165 Loreley	1913 Sekanina	0.0416	26	1
28.09.1985	165 Loreley	2964 Jaschek	0.0441	25	1
30.01.1952	324 Bamberga	916 America	0.0223	115	2
23.05.1971	324 Bamberga	1240 Centenaria	0.0284	44	1
19.07.1992	324 Bamberga	829 Academia	0.0220	30	1
05.09.2004	324 Bamberga	1066 Lobelia	0.0284	40	1
07.03.1960	451 Patientia	977 Philippa	0.0285	86	2
09.11.1994	451 Patientia	698 Ernestina	0.0429	25	1
06.11.1995	451 Patientia	3286 Anatoliya	0.0308	68	2
20.05.2004	451 Patientia	159 Aemilia	0.0394	30	1
20.09.1974	511 Davida	1847 Stobbe	0.0486	16	2
28.12.1980	511 Davida	1801 Titicaca	0.0445	23	2
25.11.1995	511 Davida	4624 Stefani	0.0395	29	1
30.07.2003	511 Davida	1464 Armisticia	0.0482	11	2
26.01.2006	511 Davida	3823 Yorii	0.0392	29	2
18.09.1986	704 Interamnia	881 Athene	0.0470	31	2
29.11.1995	704 Interamnia	445 Edna	0.0385	54	2
28.02.2006	704 Interamnia	3335 1966AA	0.0326	52	2
ТЕСНЫЕ СБЛИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ					
01.01.2002	28 Bellona	4056 Timwarner	0.0052	17	1
22.11.2003	111 Ate	2455 Somville	0.0060	15	1
29.03.1962	720 Bohlinia	1029 La Plata	0.0064	101	2
25.02.1989	720 Bohlinia	1029 La Plata	0.0066	100	2
04.11.1993	1669 Dagmar	2248 Kanda	0.0061	40	1
10.10.2005	1668 De Sitter	2918 Salazar	0.0076	32	1

движется с наиболее массивным астероидом. (Угол рассеяния не является наблюдаемым геоцентрическим возмущением.)

Вычисление эфемеридных положений возмущенных астероидов было выполнено по динамической модели движения астероидов [2] на основе теории DE405. Отметим лишь некоторые особенности этого этапа вычислений.

1. Список 23 больших астероидов был сопоставлен со списком 300 астероидов, привлеченных для построения DE405. Список 300 астероидов был любезно предоставлен автору Е. М. Стэндишем. Оказалось, что астероиды списка Хилтона находятся в списке первых 71 астероидов Стэндиша, упорядоченного по убыванию масс. Мы решили использовать именно этот 71 астероид в качестве возмущающих астероидов.

2. Для каждого возмущающего астероида и нескольких возмущенных астероидов, указанных в табл. 1, проводилось интегрирование уравнений движения совместно с вариационными уравнениями [6].

3. Вычисленные геометрические прямоугольные координаты возмущенных астероидов были приведены к топоцентрическим астрометрическим местам для каждой обсерватории по алгоритму, описанному в работе [13]. Астрометрическая поправка за фазу на всем периоде интегрирования 1950—2006 гг. не вводилась, так как она мала по сравнению с погрешностями наблюдений (размеры возмущенных астероидов, как правило, не превышают 100 км).

Матрица системы условных уравнений для уточнения элементов орбит j возмущенных астероидов и массы возмущающего имела вид

$$A = (\hat{A}, C),$$

где

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{A}_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{A}_{j-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & A_j \end{pmatrix},$$

а блок коэффициентов поправок к массе имеет вид

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{pmatrix},$$

где N — число условных уравнений.

Для каждого возмущенного астероида j блок коэффициентов улучшаемых элементов имеет вид

$$\hat{A}_j = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{26} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N_j1} & a_{N_j2} & \dots & a_{N_j6} \end{pmatrix},$$

где N_j — количество условных уравнений для возмущенного астероида j .

Коэффициенты условных уравнений в этой системе являются частными производными экваториальных координат возмущенных астероидов по собственным элементам орбиты и массе возмущающего, поправки к которым мы ищем. Частные производные прямоугольных координат были преобразованы к частным производным сферических координат по известным формулам [8].

Таблица 2. Сводная таблица наблюдений астероидов

Больший астероид	Меньший астероид	N	N'	ε	A	E
7 Iris	2825 1938SD1	561	2955	0.59''	0.16	1.42
	1825 Klare	617				
	571 Dulcinea	634				
	836 Jole	475				
10 Hygiea	1007 Pawlowia	820	3767	0.62	-0.01	1.65
	1259 Ogyalla	925				
	1780 Kippes	740				
	2619 Skalnate-Pleso	548				
	465 Alekto	917				
15 Eunomia	3946 Shor	777	1601	0.59	-0.04	2.43
	1284 Latvia	550				
	1313 Berna	607				
16 Psyche	2613 Plzen	509	3665	0.63	0.18	1.28
	263 Dresda	865				
	2819 Ensor	585				
	2589 Daniel	632				
	1442 Corvina	798				
19 Fortuna	468 Lina	970	1725	0.57	0.25	1.41
	2972 Niilo	733				
	46 Hestia	1101				
24 Themis	2169 Taiwan	724	3471	0.62	-0.02	1.50
	2296 Kugultinov	731				
	1768 Appenzella	552				
	1340 Yvette	782				
	494 Virtus	903				
45 Eugenia	1055 Tynka	778	2904	0.73	0.20	1.94
	2560 Siegma	702				
	2814 Vieira	615				
	308 Polyxo	929				
52 Europa	1605 Milankovitch	722	3233	0.64	0.09	1.67
	2837 Griboedov	698				
	3019 Kulin	841				
	1558 Jarnefelt	528				
65 Cybele	2405 Welch	557	2827	0.71	0.12	1.64
	147 Protogeneia	713				
	1624 Rabe	666				
	1082 Pirola	834				
	1668 Hanna	717				
87 Sylvia	1461 Jean-Jacques	496	2670	0.68	0.16	1.42
	1081 Reseda	645				
	2246 Howell	652				
	1534 Nasi	446				
107 Camilla	3898 1981SF9	536	1341	0.65	-0.05	1.93
	515 Athalia	714				
	1882 Rauma	680				
165 Loreley	1298 Nocturna	565	2060	0.76	-0.37	2.22
	1737 Severny	562				
	1913 Sekanina	708				
	2964 Jaschek	269				
324 Bamberga	916 America	544	2419	0.68	-0.06	2.01
	1240 Centenaria	647				
	829 Academia	663				
	1066 Lobelia	646				
	977 Philippa	547				
451 Patientia	698 Ernestina	620	2129	0.59	-0.05	1.75
	3286 Anatoliya	349				
	159 Aemilia	745				
	1847 Stobbe	608				
511 Davida	1801 Titicaca	543	2631	0.65	0.14	1.32
	4624 Stefani	511				
	1464 Armisticia	613				
	3823 Yorii	454				
704 Interamnia	881 Athene	520	1442	0.53	0.12	1.56
	445 Edna	539				
	3335 1966AA	473				
28 Bellona	4056 Timwarner	428	416	0.64	0.45	1.01
111 Ate	2455 Somville	612	573	0.56	0.13	1.43
720 Bohlinia	1029 La Plata	798	738	0.63	0.10	1.32
1669 Dagmar	2248 Kanda	712	704	0.73	-0.44	2.11
1686 De Sitter	2918 Salazar	594	576	0.76	0.39	1.30

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ОЦЕНОК МАСС АСТЕРОИДОВ

Для определения значений масс 21 возмущающего астероида и поправок к элементам орбиты возмущенных астероидов нами были выбраны положения возмущенных астероидов из базы данных наблюдений Центра малых планет Международного астрономического союза (<http://cfa-www.harvard.edu/iau/mpc.html>), а также положения астероидов (открыто пока недоступные), определенные из наблюдений на российско-турецком телескопе РТТ-150 в Национальной обсерватории ТУБИТАК (Турция) [9] за период с 01.01.1950 г. по 01.07.2006 г. с условием, что погрешность моментов наблюдений менее 0.00001 сут, прямых восхождений — менее 0.01 с, склонений — менее 0.1". Количество N выбранных наблюдений по каждому объекту приведено в табл. 2.

Предварительные вычисления методом наименьших квадратов (МНК) и дополнительно полученные большие значения асимметрии и эксцесса показали, что необходимо исключать явно ошибочные наблюдения. По-видимому, получение отрицательных оценок масс в [1] и объясняется включением в обработку ошибочных данных наблюдений.

Поскольку наблюдения, поступающие в Центр малых планет, неравноточные, а для назначения весов пока недостаточно данных, было решено использовать методы построения робастной регрессии для поиска сильно отклоняющихся наблюдений. Основное достоинство этих методов состоит в том, что они менее чувствительны, нежели обычный МНК, к малым отклонениям от принятых предположений, которые встречаются на практике. Метод помехоустойчивого оценивания, основанный на принципе максимального правдоподобия (М-оценки), обеспечивает достаточно хорошую эффективность оценок искомых параметров и их дисперсий [5, 7].

Таблица 3. Результаты определения масс астероидов (в единицах $10^{-11}M_{\odot}$)

Возмущающий астероид	Динамический метод			Астрофизические оценки [14]
	Сближения астероидов		Астероиды в соизмеримости	
	Данная работа	[1]		
7	2.4 ± 0.3	2.0 ± 0.9	1.41 ± 0.14	0.58 ± 0.1
10	2.5 ± 0.4	7.8 ± 2.5	5.01 ± 0.41	2.79 ± 0.1
15	0.8 ± 0.3	1.0 ± 0.4	1.06 ± 0.16	1.40 ± 0.2
16	4.0 ± 1.4	12.7 ± 1.8	1.34 ± 0.22	2.53 ± 0.1
19	1.0 ± 0.7	5.3 ± 1.1		0.29*
24	0.3 ± 0.6	1.0 ± 0.4		0.28*
28	0.7 ± 0.2			0.14*
45	0.9 ± 0.3	-1.5 ± 1.8		0.35 ± 0.02
52	4.2 ± 1.1	-6.4 ± 1.6	1.27 ± 0.25	1.08 ± 0.06
65	0.4 ± 0.8	3.9 ± 1.3	0.58 ± 0.15	0.52 ± 0.03
87	2.6 ± 1.1	2.7 ± 1.0		0.70 ± 0.1
107	4.8 ± 2.6	1.6 ± 2.4		0.48 ± 0.1
111	8.4 ± 1.9			0.10*
165	0.5 ± 1.6	4.1 ± 3.1		0.15 ± 0.01
324	0.3 ± 0.7	4.9 ± 3.0	2.29 ± 0.38	0.50 ± 0.05
451	0.2 ± 1.4	5.4 ± 3.8	1.02 ± 0.34	0.43 ± 0.03
511	2.9 ± 1.8	29.4 ± 4.3	2.40 ± 0.24	1.36 ± 0.07
704	5.7 ± 1.6	6.2 ± 6.6	0.81 ± 0.42	1.30 ± 0.07
720	0.14 ± 0.05	0.6 ± 0.1		0.003 ± 0.0004
1669	1.4 ± 0.2	2.1 ± 1.6		0.002 ± 0.0004
1686	0.3 ± 0.2			

Примечание. Для отмеченных звездочкой оценок масс ошибки не опубликованы.

Найденные с помощью робастной регрессии сильно отклоняющиеся наблюдения исключались из общей выборки данных, а к усеченной выборке (размером N' , табл. 2) применялся МНК. Результаты вычисленных масс астероидов представлены в табл. 3. Вычисленная ошибка ε единицы веса, коэффициенты асимметрии A и эксцесса E (для нормального распределения эти коэффициенты должны быть равны нулю) приводятся в табл. 2. На основе анализа коэффициентов асимметрии и эксцесса можно сделать вывод о том, что усеченная выборка почти симметрична и имеет существенно большие, чем у нормального распределения, хвосты. Тем не менее, все-таки небольшие значения асимметрии и эксцесса позволяют считать, что распределение невязок близко к нормальному.

Анализируя результаты наших вычислений, можно отметить, что для шести астероидов относительная ошибка определения масс меньше 30 %, а еще для семи астероидов она меньше 50 %. Для остальных астероидов массы определены со средними квадратичными ошибками более 50 %, а в ряде случаев с ошибками, которые превосходят оценки масс. Поэтому можно заключить, что по имеющимся выборкам массы некоторых астероидов определяются неуверенно.

Наиболее показательным является сравнение наших оценок с данными [1], поскольку в обоих исследованиях выбраны почти одинаковые списки астероидов. Различия составляют периоды наблюдений, использованных для подбора параметров модели: для нашей модели был использован более поздний полувековой интервал наблюдений 1950—2006 гг., а в [1] использованы наблюдения с 1892 г. по 1999 г.

Предполагая, что распределения оценок масс астероидов следуют распределению Стьюдента, можно рассмотреть вопрос о различии между оценками. Гипотезу о равенстве дисперсий наших оценок и оценок [1] для большинства астероидов следует отвергнуть на основании критерия Фишера при уровне значимости 5 %, а для сравнения оценок масс использовать приближенный критерий Стьюдента. Изучая соответствующую статистику критерия при уровне значимости 5 %, следует сделать вывод о существенно различных оценках масс для семи астероидов 10, 16, 19, 52, 65, 511, 720. Для двух астероидов 45 и 52 в работе [1] получены отрицательные массы, причем для астероида 52 оценка является существенно отрицательной на основании критерия Стьюдента при уровне значимости 5 %.

Наши оценки масс показывают большие дисперсии, чем имеющиеся в исследованиях [3] и [14], во всех случаях, где сравнение возможно. В первом случае для оценок масс использовались наблюдения возмущенных астероидов, как имеющих тесные сближения с возмущающим, так и находящимся в соизмеримости 1:1 к возмущающему. Раздельное же определение масс в работе [4] по астероидам, находящимся в соизмеримости, практически во всех случаях показало большие средние квадратичные ошибки определения, чем в случае использования наблюдений астероидов, имеющих тесные сближения. По-видимому, меньшие значения ошибок в работе [3] по сравнению с нашими объясняются большим числом использованных возмущенных астероидов.

Принятые в исследованиях [14, 16] оценки плотностей для трех типов C, S, M состава астероидов имеют относительную ошибку 1 % (!) и распространяются на все многообразие таксономических классов астероидов. Заниженные ошибки плотностей позволяют нам считать ошибки астрофизических оценок в [14] также заниженными. Полезность астрофизических оценок кажется несомненной в качестве верхней границы массы астероида при корректных предположениях относительно его плотности и радиуса.

ВЫВОДЫ

Оценки масс получены с более высокой точностью, чем в работе [1], что связано с исключением части позиционных наблюдений невысокой точности, а также привлечением современных высокоточных наблюдений последних лет. Для астероидов 28, 111 оценки масс динамическим методом получены впервые, а для астероида 1686 это вообще первая оценка массы.

Оценки масс, полученные разными исследователями, все еще плохо согласуются между собой, что свидетельствует о плохом качестве более ранних позиционных наблюдений и необходимости изучения их влияния на результат. Обнаруженный положительный эксцесс в невязках также требует дальнейшего изучения.

1. Васильев М. В., Ягудина Э. И. Определение масс 26 избранных малых планет из анализа наблюдений их взаимных сближений с астероидами меньшей массы // Тр. Ин-та приклад. астрономии РАН.—1999.—Вып. 4.—С. 98—115.
2. Иванцов А. В. Динамическая модель движения астероидов на основе теории DE405 // Кинематика и физика небес. тел.—2007.—23, № 2.—С. 1—7.
3. Кочетова О. М. Определение масс ряда крупных астероидов динамическим методом // Астрон. вестн.—2003.—37, № 6.—С. 1—11.
4. Кочетова О. М. Применение новых критериев отбора возмущаемых малых планет для определения масс возмущающих малых планет динамическим способом // Сообщ. Ин-та приклад. астрономии РАН.—2003.—№ 165.—С. 42.
5. Мостеллер Ф., Тьюки Дж. Анализ данных и регрессия. — М.: Финан. и стат., 1982.—Вып. 2.—239 с.
6. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Иностран. лит-ра, 1953.—346 с.
7. Устойчивые статические методы оценки данных // Под ред. Р. Л. Лонера, Г. Н. Уилкинсона. — М.: Машиностроение, 1984.—229 с.
8. Херрик С. Астродинамика. — М.: Мир, 1977.—Т. 2.—166 с.
9. Aslan Z., Gumerov R., Hudkova L., et al. Observational programs and first results of selected asteroid observations at RTT150 within international cooperation // Roman. Astron. J.—2006.—16, Suppl.—P. 11—17.
10. Britt D. T., Yeomans D., Housen K., Consolmagno G. Asteroid Density, Porosity, and Structure // Asteroids III / Eds W. F. Bottke., A. Cellino, P. Paolicchi, R. P. Binzel. — Tucson: Univ. of Arizona Press, 2002.—P. 485—500.
11. Hertz H. G. The mass of Vesta // IAU Circ.—1966.—N 1983.
12. Hilton J. L., Seidelmann P. K., Middour J. Prospects for determining asteroid masses // Astron. J.—1996.—112, N 5.—P. 2319—2329.
13. Kaplan G. H., Hughes J. A., Seidelmann P. K., et al. Mean and apparent place computations in the new IAU system. III. Apparent, topocentric, and astrometric places of planets and stars // Astron. J.—1989.—97, N 4.—P. 1197—1210.
14. Krasinsky G. A., Pitjeva E. V., Vasilyev M. V., Yagudina E. I. Estimating Masses of Asteroids // Сообщ. Ин-та приклад. астрономии РАН.—2001.—№ 139.—С. 43.
15. Landgraf W. The mass of Ceres // Astron. and Astrophys.—1988.—191, N 1.—P. 161—166.
16. Pitjeva E. V. Progress in the determination of some astronomical constants from radiometric observations of planets and spacecraft // Astron. and Astrophys.—2001.—371, N 2.—P. 760—765.
17. Standish E. M. JPL Planetary and lunar ephemerides, DE405/LE405 // JPL Interoffice Memorandum 312.F-98-048.—1998.—P. 1—18.

Поступила в редакцию 21.12.06